Genel Fizik

Doç. Dr. Hasan H. Esenoğlu

2019

İçerik

1. Fizik ve Ölçme; Temel Büyüklükler; Kütle, zaman ve uzunluk; Birimler ve Boyut Analizi; Büyüklük mertebesi ve anlamlı rakamlar
2. Vektörler; vektörlerin toplanması ve çarpımı
3. Bir boyutta hareket, Yer değiştirme, Hız ve İvme, Serbest düşme
4. İki boyutta hareket , Eğik atış ve dairesel hareket
5. Newton Hareket Yasaları

Vize Haftası

6. Sürtünme kuvvetleri ve Newton yasalarının uygulamaları, İş ve kinetik enerji
7. Potansiyel Enerji ve Enerjinin korunumu, Doğrusal momentum ve çarpışmalar, momentumun korunumu
8. Katı Cismin Sabit Bir Eksen Etrafında Dönmesi, Eylemsizlik momenti
9. Yuvarlanma Hareketi , Dönme Enerjisi, Açısal Momentum ve Tork
10. Statik ve Denge
11. Titreşim Hareketi
12. Akışkanlar Mekaniği

Final Haftası

Ayrıntılı İçerik

Potansiyel Enerji ve Enerjinin korunumu

İş ve Potansiyel Enerji
- Yer-çekimi Potansiyel Enerjisi
- Yay Potansiyel Enerjisi

Korunumlu ve Korunumsuz Kuvvetler

Potansiyel Enerjinin Bulunması

Yerçekimi Potansiyel Enerjisi

Yaydaki Potansiyel Enerji

Mekanik Enerjinin Korunumu

Potansiyel Enerjiden Kuvvetin Bulunması

Potansiyel Enerji Eğrisi

- Dönüm Noktaları
- Denge Noktaları
- Kararlı Denge Konumları
- Kararsız Denge Konumları

Dış Kuvvetin Bir Sistem Üzerinde Yaptığı İş

Doğrusal momentum ve çarpışmalar, momentumun korunumu

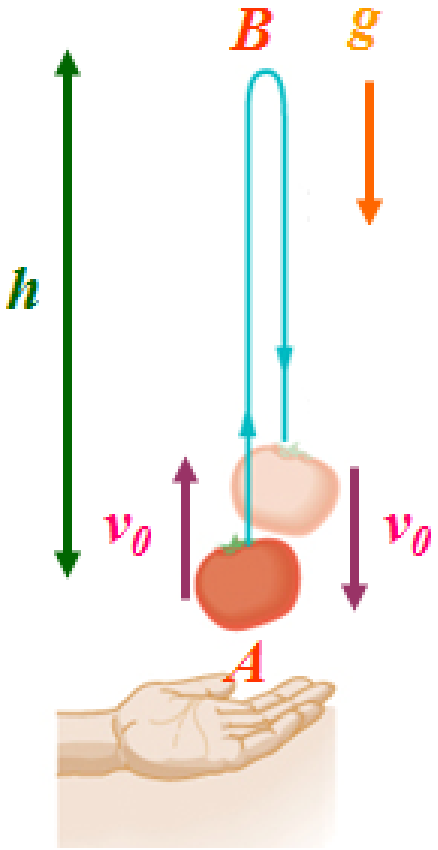
Kütle Merkezi
Katı Cisimlerin Kütle Merkezi
Parçacık Sistemlerinde Newton'un İkinci Yasası
Çizgisel Momentum
Parçacık Sistemlerinin Çizgisel Momentumu
Çarpışma ve İtme
Seri Çarpışmalar

Çizgisel Momentumun Korunumu
Çarpışmalarda Momentum ve Kinetik Enerji
Bir-Boyutta Esnek Olmayan Çarpışma
Bir-Boyutta Tamamen Esnek Olmayan Çarpışma
Bir-Boyutta Esnek Çarpışma
Esnek Çarpışmada Özel Durum ($\vec{v}_{2i} = 0$)
İki-Boyutta Çarpışma
Değişken Kütleli Sistemler (Roketler)

Potansiyel Enerji ve Enerjinin korunumu

Bir çok problemi “enerjinin korunumu” teoreminden çözeceğiz. Burada vektörel nicelikler yerine iş, kinetik enerji ve potansiyel enerji gibi skaler nicelikler kullanacağımız için işlemler daha kolay yapılabilecektir.

İş ve Potansiyel Enerji
Yer-çekimi Potansiyel Enerjisi



Kütlesi m olan bir cisim v_0 ilk hızıyla A noktasından yukarı doğru fırlatılıyor.

Cisim ve yer bir sistemdir.

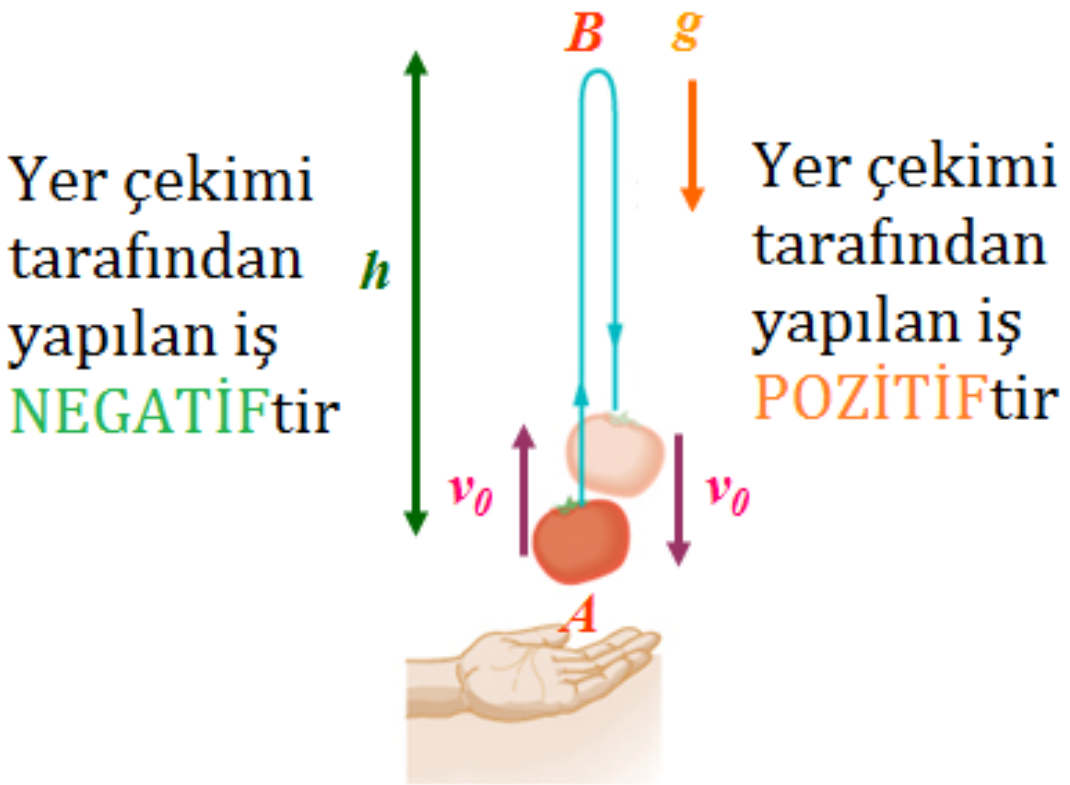
Yer çekimi kuvvetinin etkisiyle cisim yavaşlayarak yükselecek ve B noktasında tamamen duracaktır.

Sonrada, aşağı doğru hareket ederek orijinal v_0 hızıyla A noktasına ulaşacaktır.

Cisim A noktasından B noktasına giderken F_g kuvvetinin yaptığı iş

$$W_1 = -mgh$$

'dir. Bunun anlamı, F_g kuvveti cismin kinetik enerjisini yer çekimi potansiyel enerjisine (U) dönüşmüştür.



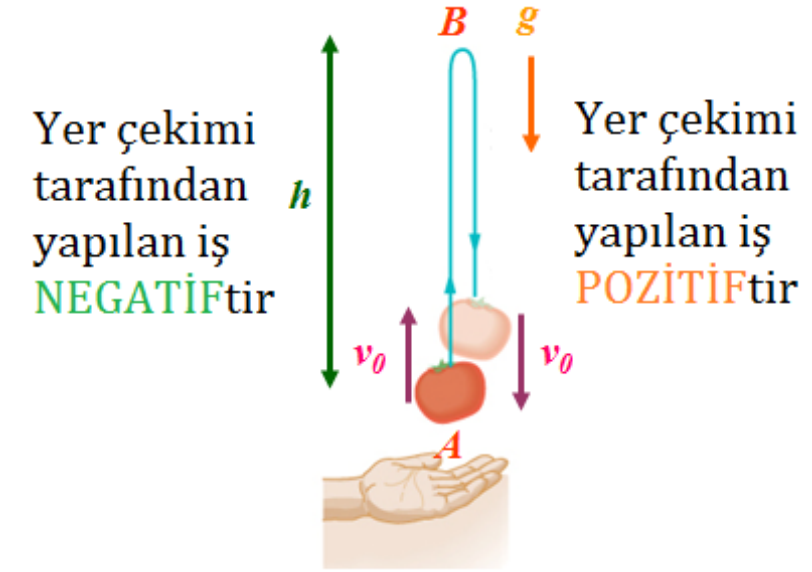
Cisim B noktasından A noktasına düşerken ise, F_g kuvvetinin yaptığı iş

$$W_2 = -mgh$$

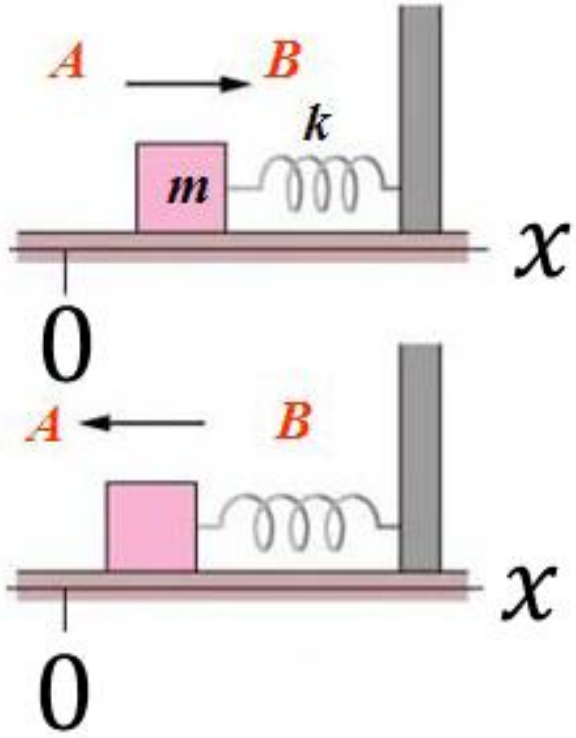
'dir. Bunun anlamı da, F_g kuvveti cismin yer çekimi potansiyel enerjisini kinetik enerjiye dönüştürmüştür.

Sistemin potansiyel enerjisindeki değişim şu ifadeyle verilir:

$$\Delta U = -W$$



Yay Potansiyel Enerjisi



Kütlesi m olan bir blok, yay sabiti k olan bir yaya bağlıdır.

Yay ve kütle bir sistemdir.

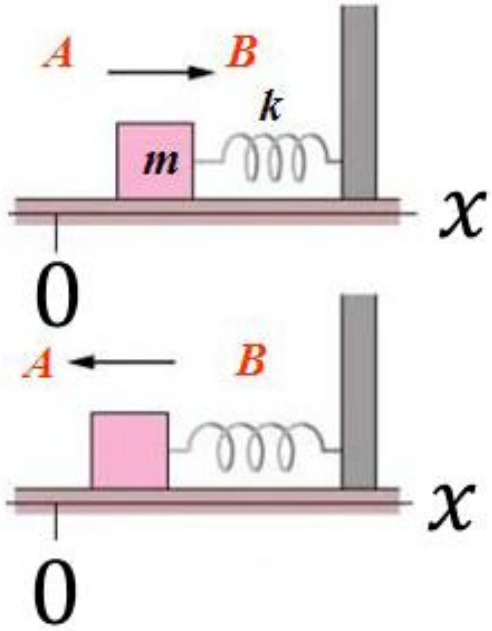
Herhangi bir anda A noktasından geçerken ki hızı v_0 olan blok, yay kuvvetinin etkisiyle yavaşlayacak ve yayı x kadar sıkıştırarak B noktasında tamamen duracaktır.

Sonrada, yay kuvvetinin etkisiyle ters yönde harekete başlayacak ve A noktasından v_0 hızıyla geçecektir.

Blok A noktasından B noktasına hareket ederken yay kuvveti F_{yay} tarafından yapılan iş

$$W_1 = -\frac{kx^2}{2}$$

'dir. Bunun anlamı, yay kuvveti F_g cismin kinetik enerjisini potansiyel enerjiye (U) dönüştürmüştür.



Blok B noktasından A noktasına hareket ederken, yay kuvveti F_{yay} *tarafından* yapılan iş

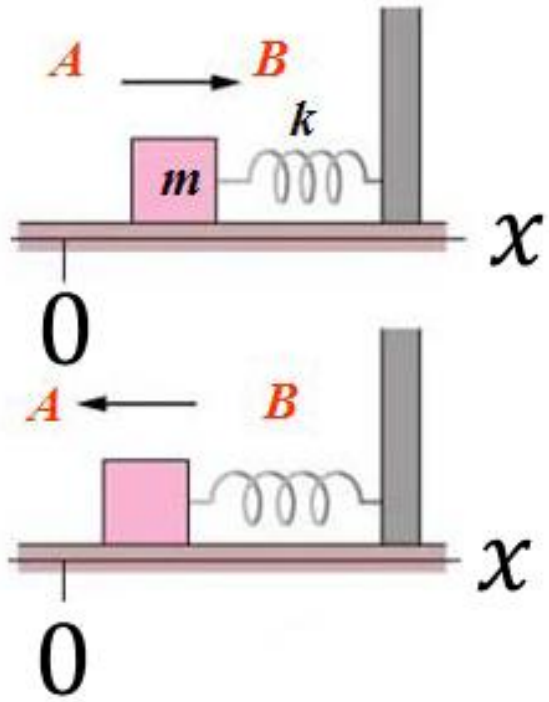
$$W_2 = -\frac{kx^2}{2}$$

'dir. Bunun anlamı da, yay kuvveti F_g cismin potansiyel enerjisini kinetik enerjiye dönüştürmüştür.

Sistemin potansiyel enerjisindeki değişimi yine

$$\Delta U = -W$$

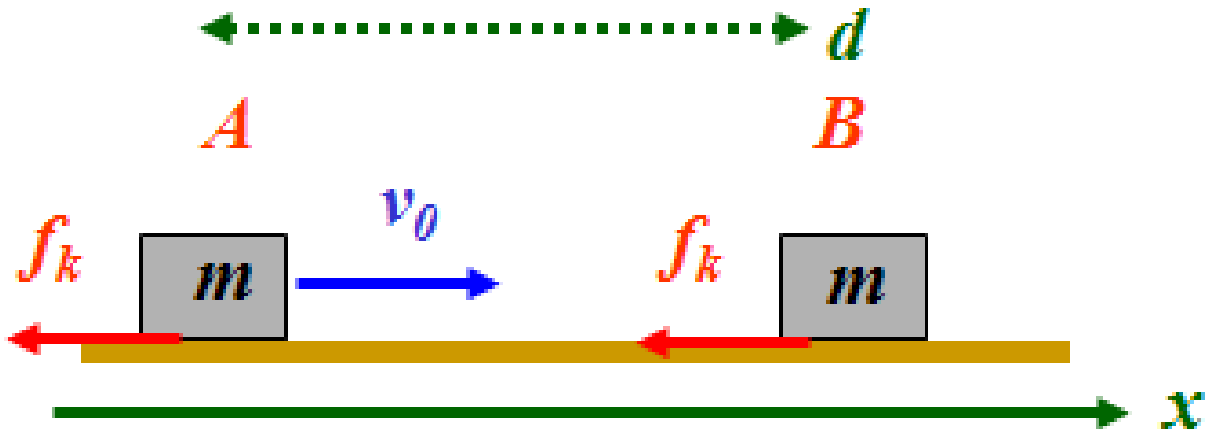
ifadesine sahiptir.



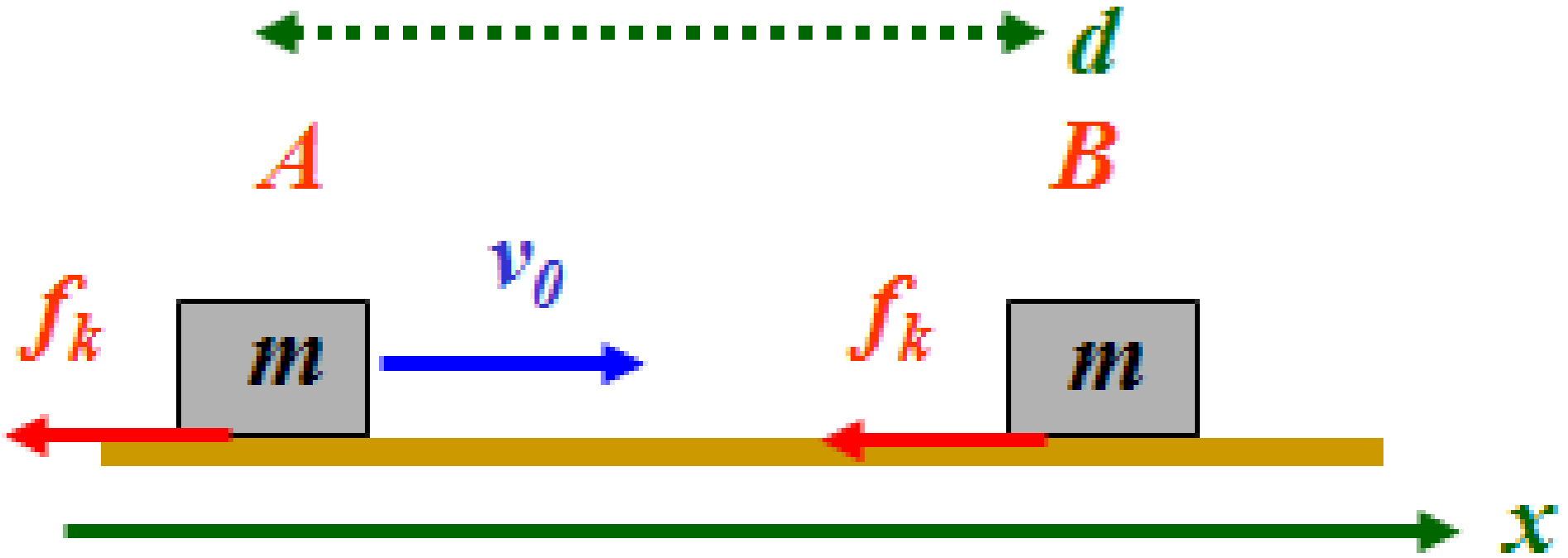
Korunumlu ve Korunumsuz Kuvvetler

Cismin sadece kinetik ve potansiyel enerjileri arasında bir dönüşüme neden oldukları için, yer çekimi kuvveti ve yay kuvveti "korunumlu" kuvvetlerdir.

Buna karşın, sürtünme kuvveti "korunumlu olmayan" bir kuvvettir.



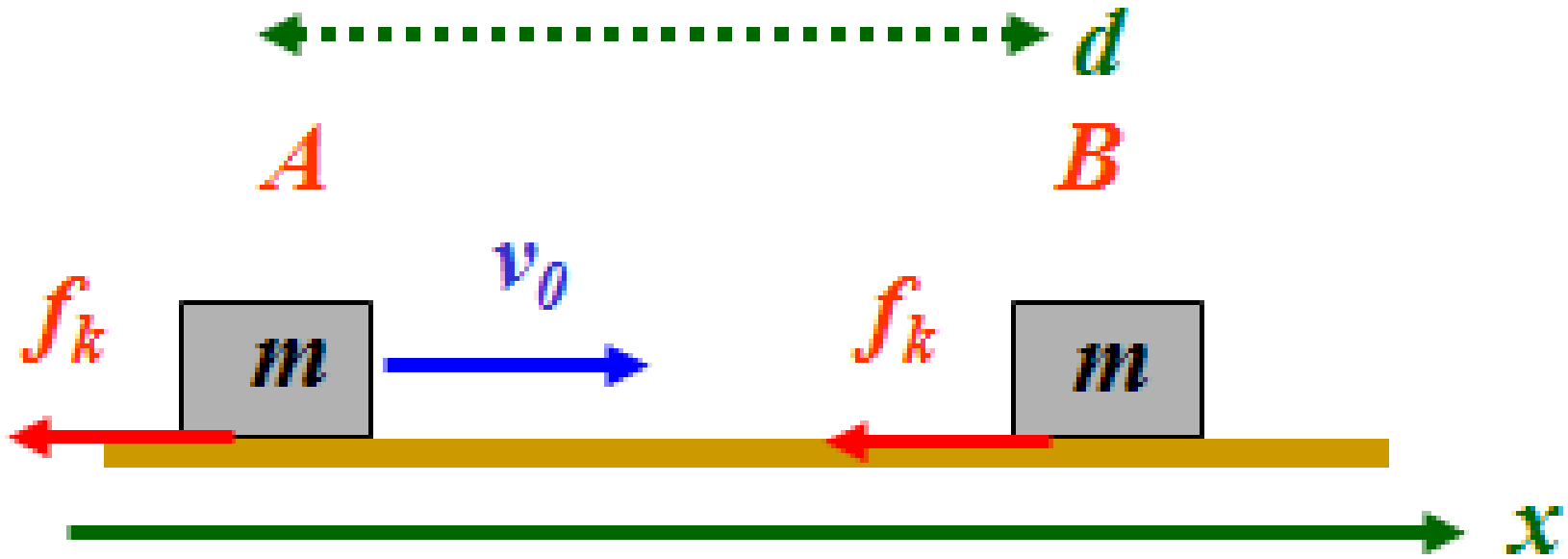
Sürtünmeli bir yüzey üzerinde A noktasından v_0 ilk hızıyla harekete başlayan bir blok düşünelim. Blok ile zemin arasındaki kinetik sürtünme katsayısı μ_k olsun. Blok, kinetik sürtünme kuvveti f_k etkisiyle d kadar yol aldıktan sonra B noktasında duracaktır.



A ve B noktaları arasında sürtünme kuvvetinin yaptığı iş

$$W_f = \vec{f}_k \cdot \vec{d} = f_k d \cos\phi = -\mu_k mg$$

olacaktır. Sürtünme kuvveti, bloğun tüm kinetik enerjisini "ISI enerjisi"ne dönüştürmüştür. Bu enerji tekrar kinetik enerjiye dönüştürülemez ve bu nedenle sürtünme kuvveti korunumlu bir kuvvet değildir.



$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

$$W = Fd\cos\phi$$

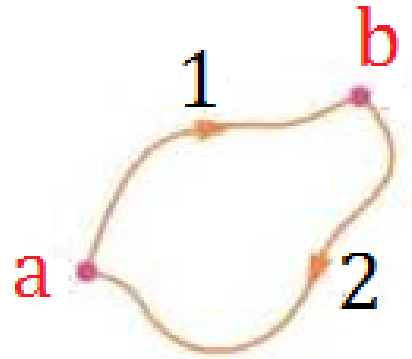
$$W_2 = -mgh$$

$$W_f = \vec{f}_k \cdot \vec{d}$$

$$f_k = \mu_k F_N$$

1. Kapalı bir yol boyunca, korunumlu bir kuvvetin bir cisim üzerinde yaptığı net iş sıfırdır.

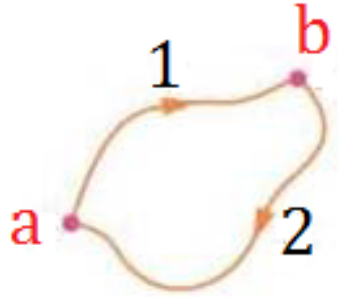
$$W_{net} = 0$$



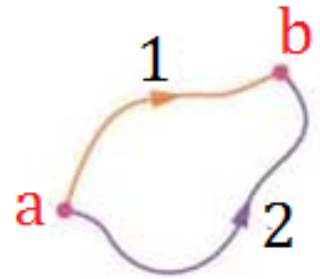
Yerden yukarı doğru fırlatılan taş ve kütle-yay sistemi buna birer örnektir.

$$W_{net} = W_{ab,1} + W_{ba,2} = 0$$

2. a'dan b'ye giden bir cismin üzerine etki eden korunumlu bir kuvvetin yaptığı iş gidilen yoldan bağımsızdır.



$$W_{net} = W_{ab,1} + W_{ba,2} = 0 \rightarrow W_{ab,1} = -W_{ba,2}$$



$$W_{net} = W_{ab,1} - W_{ab,2} = 0 \rightarrow W_{ab,2} = W_{ab,1}$$

$$\rightarrow W_{ab,2} = -W_{ba,2} \rightarrow W_{ab,2} = W_{ab,1}$$

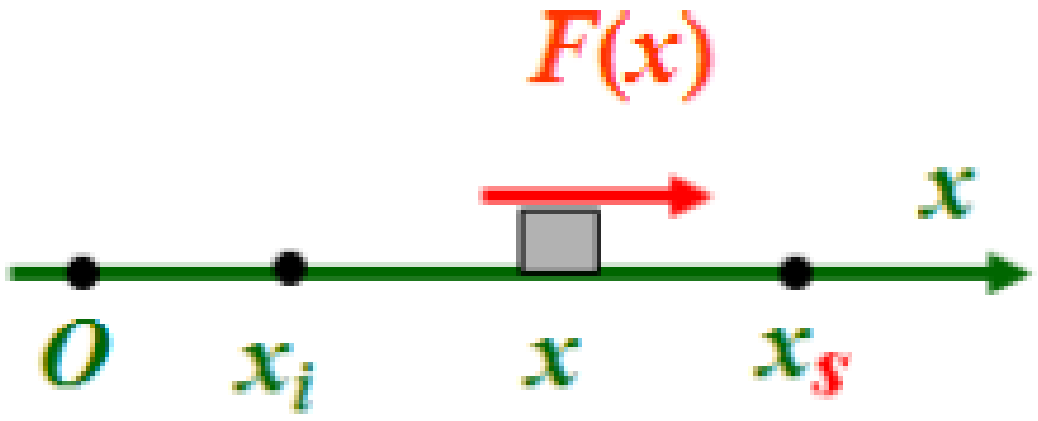
$$W_{ab,1} = W_{ab,2}$$

$W_{net} = 0$

$W_{net} = W_{ab,1} + W_{ba,2} = 0$

Potansiyel Enerjinin Bulunması

Bir cisme etkiyen korunumlu kuvveti biliyorsak, x_i ve x_s gibi iki nokta arasında cismin potansiyel enerjisindeki değişimi (ΔU) hesaplayabiliriz.



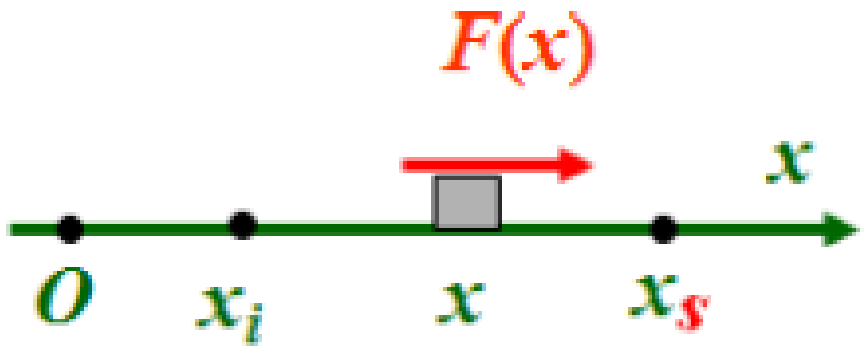
Korunumlu bir kuvvetinin etkisindeki bir cisim x-ekseni boyunca x_i noktasından x_s noktasına hareket ediyor olsun. F kuvveti tarafından cisim üzerinde yapılan iş

$$W = \int_{x_i}^{x_s} F(x)dx$$

eşitliği ile verilir. Böylece, potansiyel enerjideki değişim

$$\Delta U = -W = -\int_{x_i}^{x_s} F(x)dx$$

bulunur.



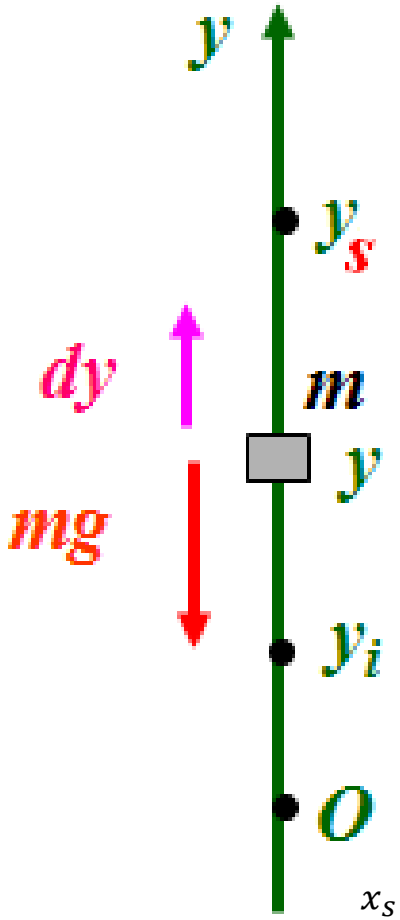
$$W = \Delta K = K_s - K_i$$

$$W = \int_{x_i}^{x_s} F(x)\,dx$$

Yerçekimi Potansiyel Enerjisi

Düşey doğrultuda (y -ekseni boyunca) yukarı doğru y_i noktasından $y_s$noktasına hareket eden m kütleli bir cisim düşünelim.

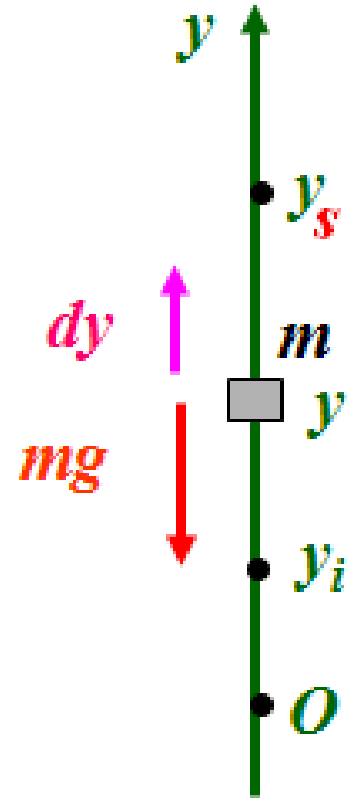
Cisme etki eden yerçekimi kuvveti nedeniyle cisim-yer sisteminin potansiyel enerjisinde değişim olacaktır. Az önce bulduğumuz sonucu kullanarak, cismin potansiyel enerjisindeki değişimi hesaplayalım.



$$\Delta U = -W = -\int_{x_i}^{x_s} F(x)dx$$

$$\Delta U = -\int_{y_i}^{y_s} F(y)dy = -\int_{y_i}^{y_s} (-mg)dy = mg\int_{y_i}^{y_s} dy$$

$$\Delta U = mg|y|_{y_i}^{y_s} = mg(y_s - y_i) = mg\Delta y$$



Cismin bulunduğu son noktayı genelleştirirsek

$$U(y) - U_i = mg(y - y_i)$$

bulunur.

$$W = \Delta K = K_s - K_i$$

Genellikle, hareketin başladığı konum $y_i = 0$ ve bu noktadaki potansiyel U_i =0 olarak seçilir. Bu durumda,

$$U(y) = mgy$$

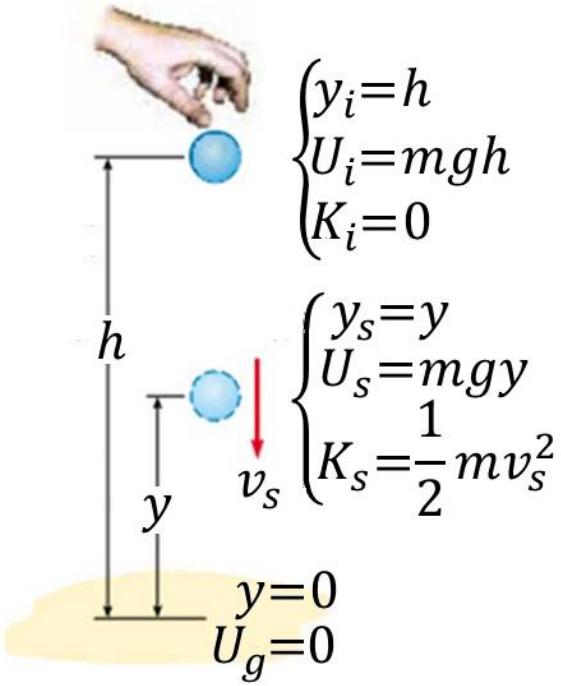
bulunur.

$$W = \int_{x_i}^{x_s} F(x)\,dx$$

$$\Delta U = -W = -\int_{x_i}^{x_s} F(x)dx$$

Örnek

Yerden h kadar yükseklikten m kütleli bir cisim serbest bırakılıyor. Cismin herhangi bir andaki hızını (v_s), yerden olan yüksekliğine bağlı olarak bulunuz.



Çözüm (v_s =?)

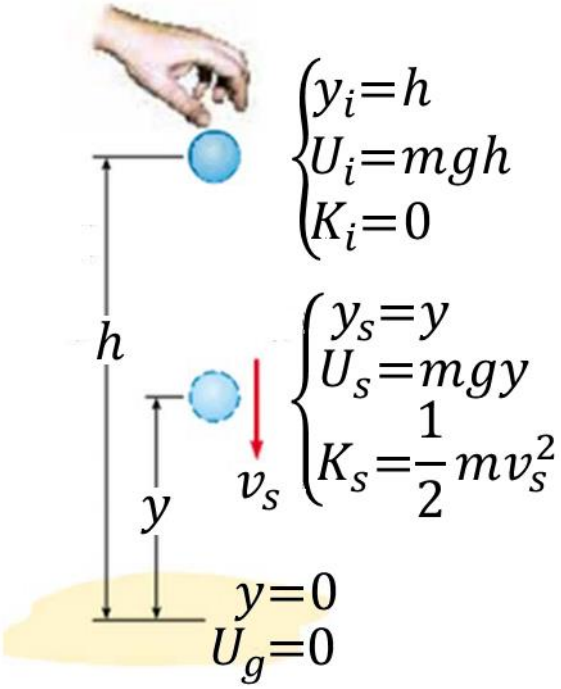
$$\Delta K = -\Delta U \rightarrow K_s - K_i = -(U_s - U_i)$$

$$\rightarrow K_i + U_i = K_s + U_s$$

$$\rightarrow 0 + mgh = \frac{1}{2}mv_s^2 + mgy$$

$$\rightarrow mgh - mgy = mg(h-y) = \frac{1}{2}mv_s^2$$

$$\rightarrow v_s = \sqrt{2g(h-y)}$$

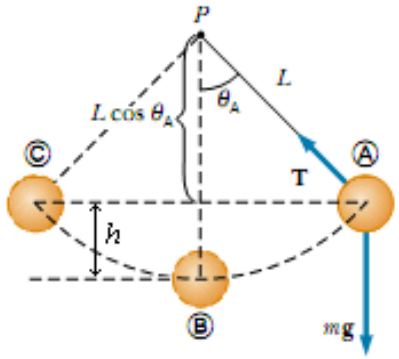


$$W = \Delta K = K_s - K_i$$

$$W = \int_{x_i}^{x_s} F(x)\,dx$$

$$\Delta U = -W = -\int_{x_i}^{x_s} F(x)dx$$

Örnek



Şekilde L uzunluğundaki bir ipin ucuna bağlı m kütlesinden oluşan bir basit sarkaç verilmiştir. Cisim θ_A açısal konumundan serbest bırakılmıştır ve dönme ekseninin geçtiği P noktası sürtünmesizdir.

a) Cisim en alt noktadan (B noktasından) geçerken hızı (v_B) nedir?
b) Cisim en alt noktada iken ipteki gerileme kuvveti (T_B) nedir?

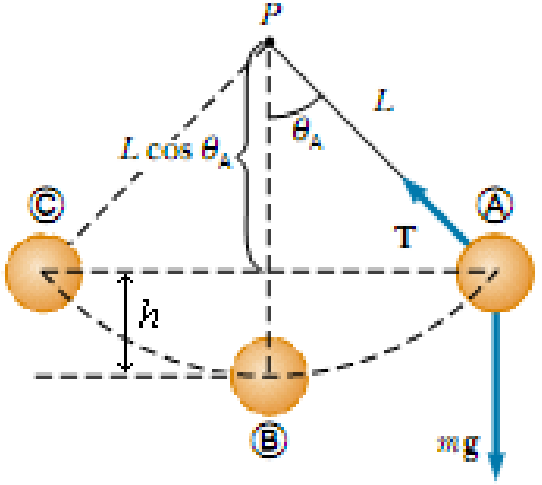
Çözüm
$(v_B = ?)$

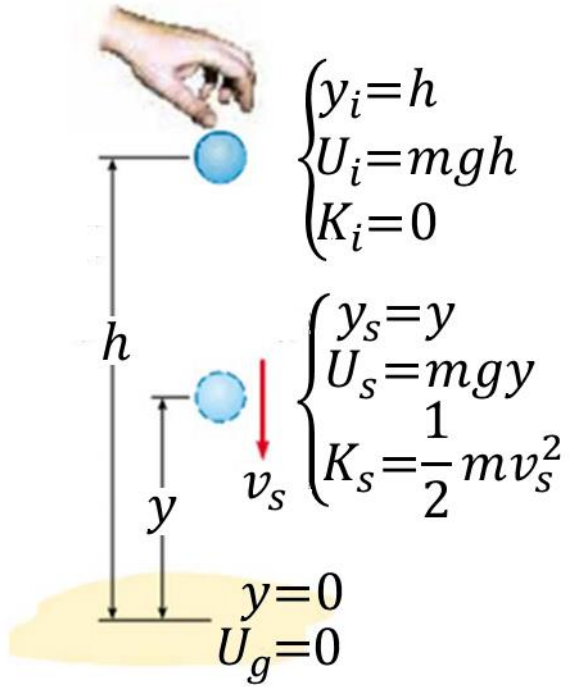
a) $K_i + U_i = K_s + U_s$

$\rightarrow 0 + mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 + 0$

$\rightarrow gh = \frac{1}{2}v_B^2 = g(L - L\cos\theta_A) = gL(1 - \cos\theta_A)$

$\rightarrow \boldsymbol{v_B = \sqrt{2gL(1 - \cos\theta_A)}}$

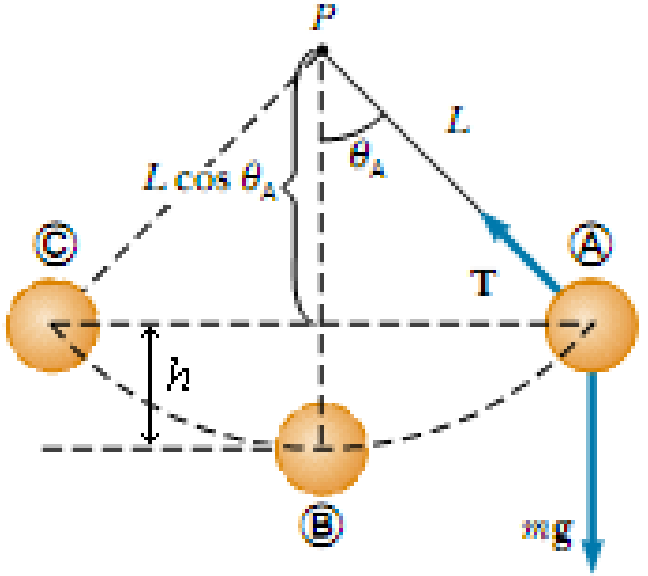




$\Delta K = K_s - K_i = -\Delta U = -(U_s - U_i)$

Çözüm

$(v_B = \sqrt{2gL(1-\cos\theta_A)}\,;\; T_B = ?)$



b) $\sum F_r = T_B - mg = m\frac{v_B^2}{L}$

$\rightarrow T_B = mg + m\frac{2gL(1-\cos\theta_A)}{L} = mg + 2mg - 2mg\cos\theta_A$

$\rightarrow T_B = mg(3 - 2\cos\theta_A)$

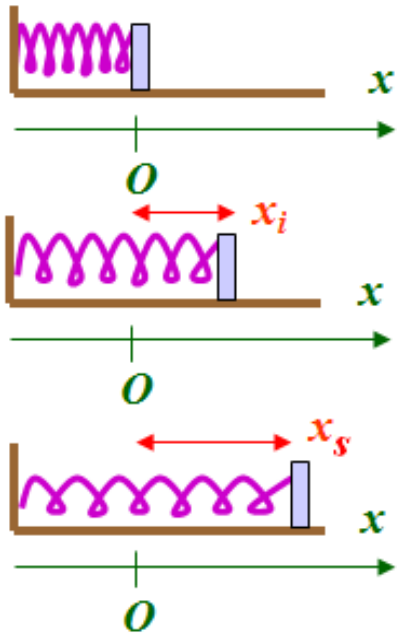
$a = \frac{v^2}{r}$

$F_{net} = m\vec{a}$

$\sum F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 0$

Yaydaki Potansiyel Enerji

Bir kütle-yay sisteminde, blok x_i noktasından x_s noktasına hareket etsin. Yay kuvveti bir iş (W) yapacaktır ve kütle-yay sisteminin potansiyel enerjisinde bir değişim meydana gelecektir.



$$W = \int_{x_i}^{x_s} F(x)\,dx = \int_{x_i}^{x_s} -kx\,dx = -\left(\frac{1}{2}kx_s^2 - \frac{1}{2}kx_i^2\right)$$

$$F = -kx$$

$$W = \int_{x_i}^{x_s} F(x)\,dx$$

$$\Delta U = -W = U(x_s) - U_i = \frac{1}{2}kx_s^2 - \frac{1}{2}kx_i^2$$

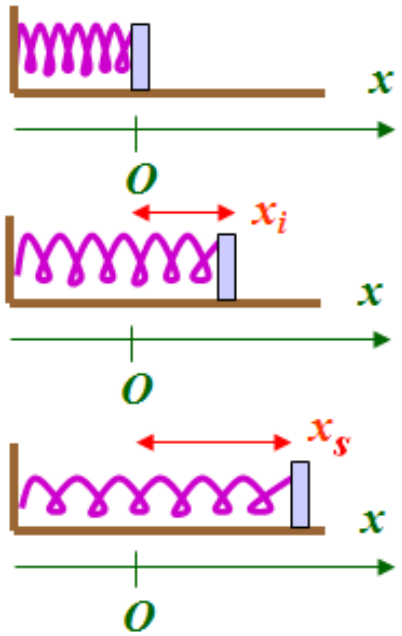
$$\Delta U = -W = -\int_{x_i}^{x_s} F(x)dx$$

$$\Delta K = K_s - K_i = -\Delta U = -(U_s - U_i)$$

Genellikle hareketin başladığı konum $x_i = 0$ ve bu noktadaki potansiyel $U_i = 0$ olarak seçilir.

Denge noktasından herhangi bir x uzaklığında, yaydaki potansiyel enerji:

$$U = \frac{1}{2}kx^2$$



$$\Delta U = -W = U(x_s) - U_i = \frac{1}{2}kx_s^2 - \frac{1}{2}kx_i^2$$

Mekanik Enerjinin Korunumu

Bir sistemin mekanik enerjisi, o sistemin kinetik ve potansiyel enerjilerinin toplamı olarak tarif edilir:

$$Mekanik\ enerji = E_{mek} = K + U$$

Sistemin çevresinden izole olduğunu, dış kuvvetlerin olmadığını ve sistemdeki kuvvetlerin ise korunumlu olduğunu kabul ediyoruz.

Sistemdeki iç kuvvetin yaptığı iş, sistemin kinetik enerjisinde bir değişim meydana getirecektir:

$$\Delta K = W$$

Bu, aynı zamanda sistemin potansiyel enerjisinde de bir değişim meydana getirecektir:

$$\Delta U = -W$$

$$W = \Delta K = K_s - K_i$$

$$\Delta U = -W = -\int_{x_i}^{x_s} F(x)dx$$

$\Delta K = W$

$\Delta U = -W$

Bu iki eşitlik birleştirilirse,

$$\Delta K = -\Delta U$$

$$K_s - K_i = -(U_s - U_i)$$

$$K_i + U_i = U_s + K_s$$

sonucuna ulaşılır.

Bu, "mekanik enerjinin korunumu" yasasıdır ve şu şekilde özetlenebilir:

$$\Delta E_{mek} = \Delta K + \Delta U = 0$$

$E_{mek} = K + U$

$W = \Delta K = K_s - K_i$

$\Delta K = K_s - K_i = -\Delta U = -(U_s - U_i)$

Korunumlu ve korunumsuz kuvvetlerin olduğu izole bir sistemde bu yasa

$$\Delta E_{mek} = W_{korunumsuz}$$

formundadır.

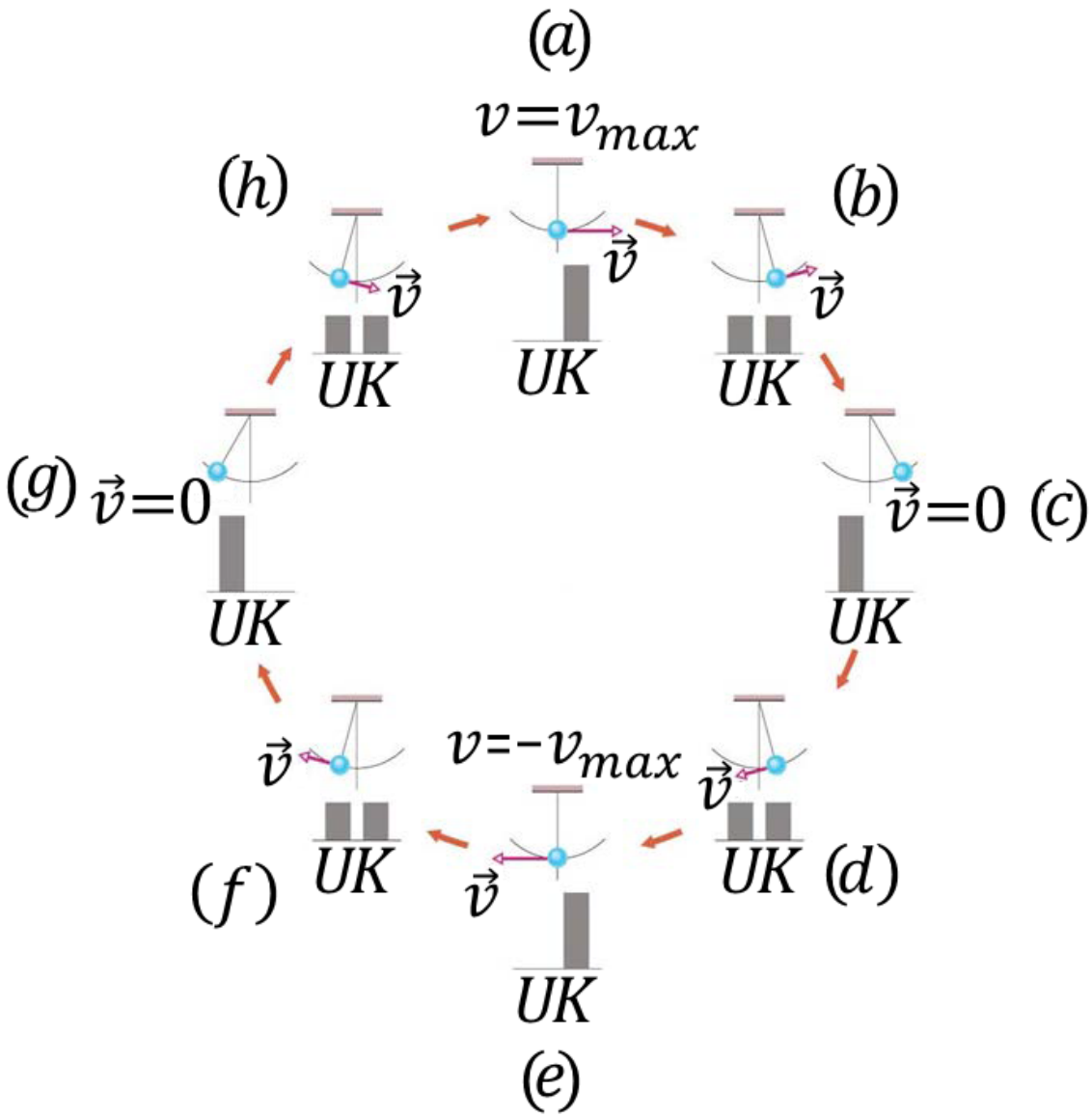
Burada $W_{korunumsuz}$, sistemdeki tüm korunumsuz kuvvetler tarafından yapılan iştir.

$$\Delta K = W$$

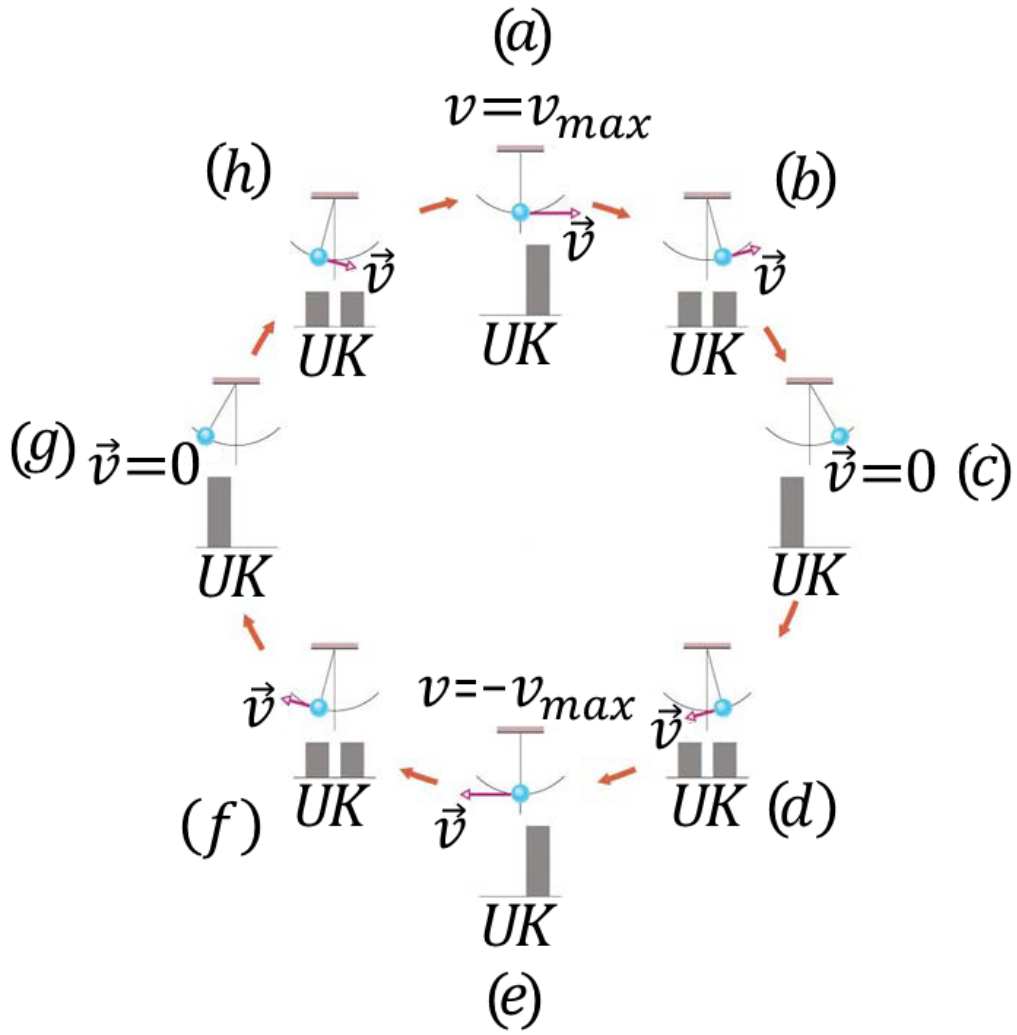
$$\Delta U = -W$$

$$\Delta E_{mek} = \Delta K + \Delta U = 0$$

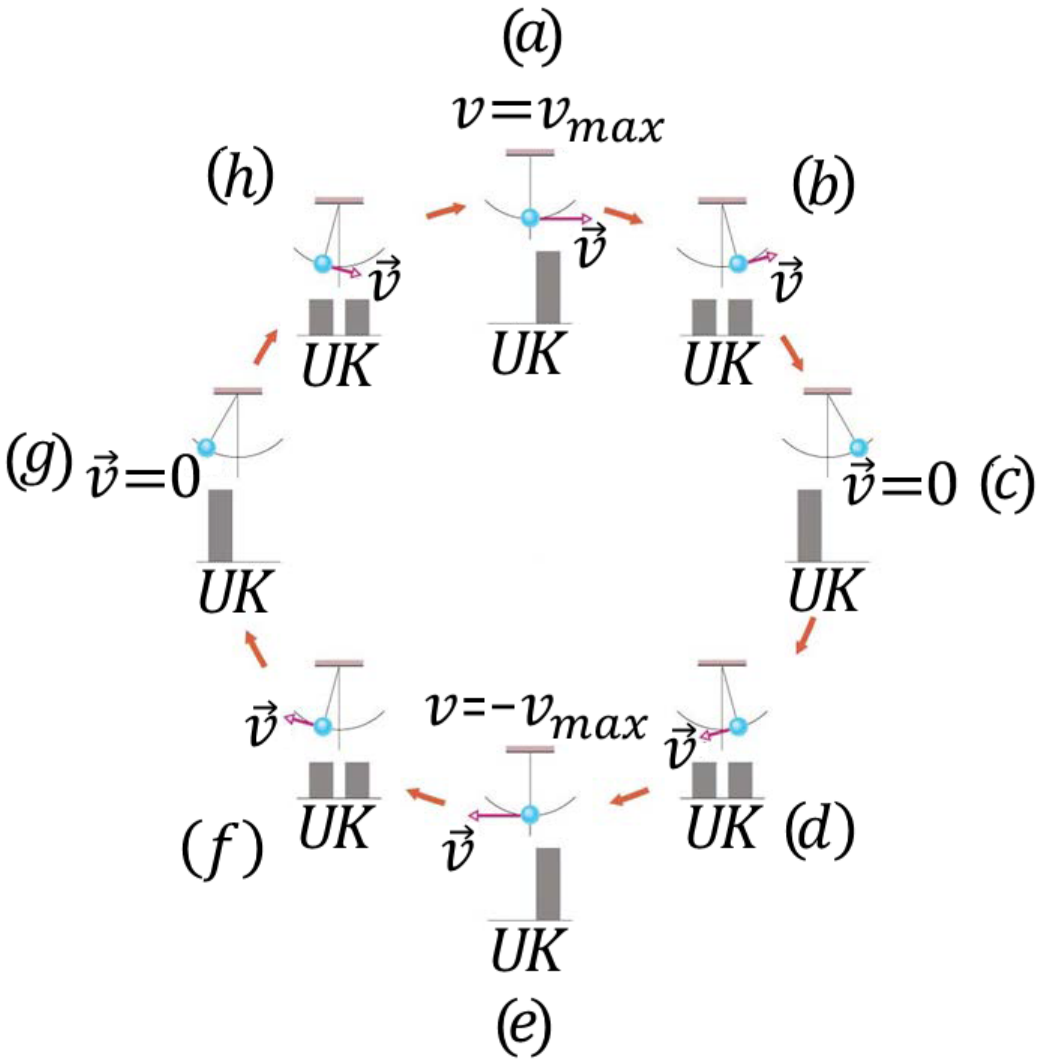
Şekilde m kütleli bir cisim ve asılı olduğu ipten oluşan basit sarkaç verilmiştir.



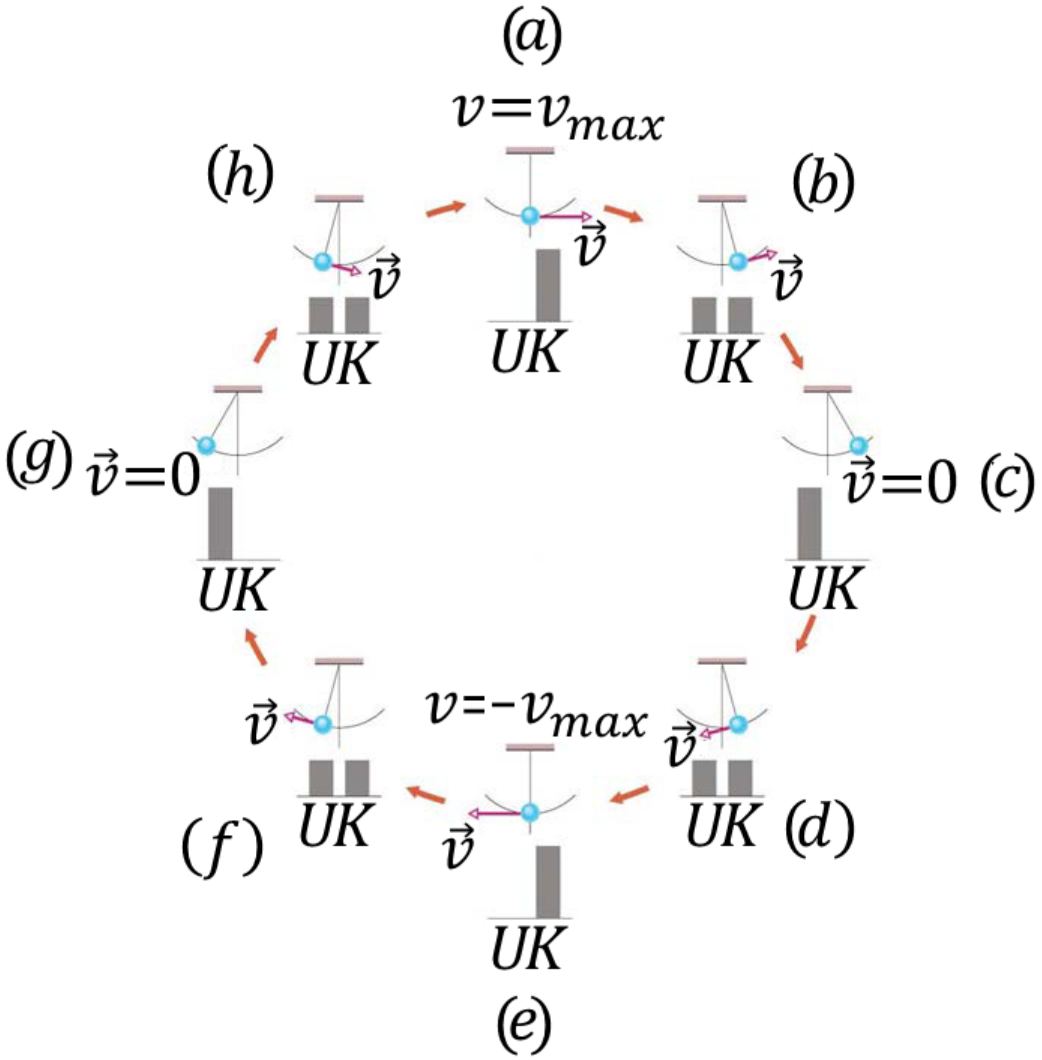
Cisim-yer sisteminin mekanik enerjisi sabittir. Sarkaç salındıkça, sistemin kinetik ve potansiyel enerjileri arasında sürekli bir dönüşüm olacaktır.



Cisim en alt noktadayken potansiyel enerjiyi "sıfır" seçersek, bu noktalarda kinetik enerji maksimum olacaktır (***a*** ve ***e*** durumu).

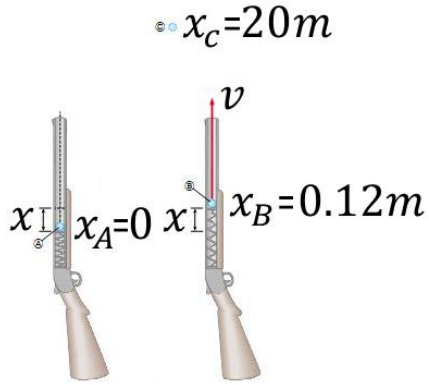


c ve g durumlarında ise potansiyel enerji maksimum, kinetik enerji sıfır olacaktır.



Örnek

Yaylı bir oyuncak tabancanın yay sabiti bilinmemektedir. Yay $12\ cm$ sıkıştırılıp düşey yönde ateşlendiğinde, $35\ g$'lık bilye atıldığı noktadan $20\ m$ yukarıya yükseliyor. Tüm sürtünmeleri gözardı ederek,

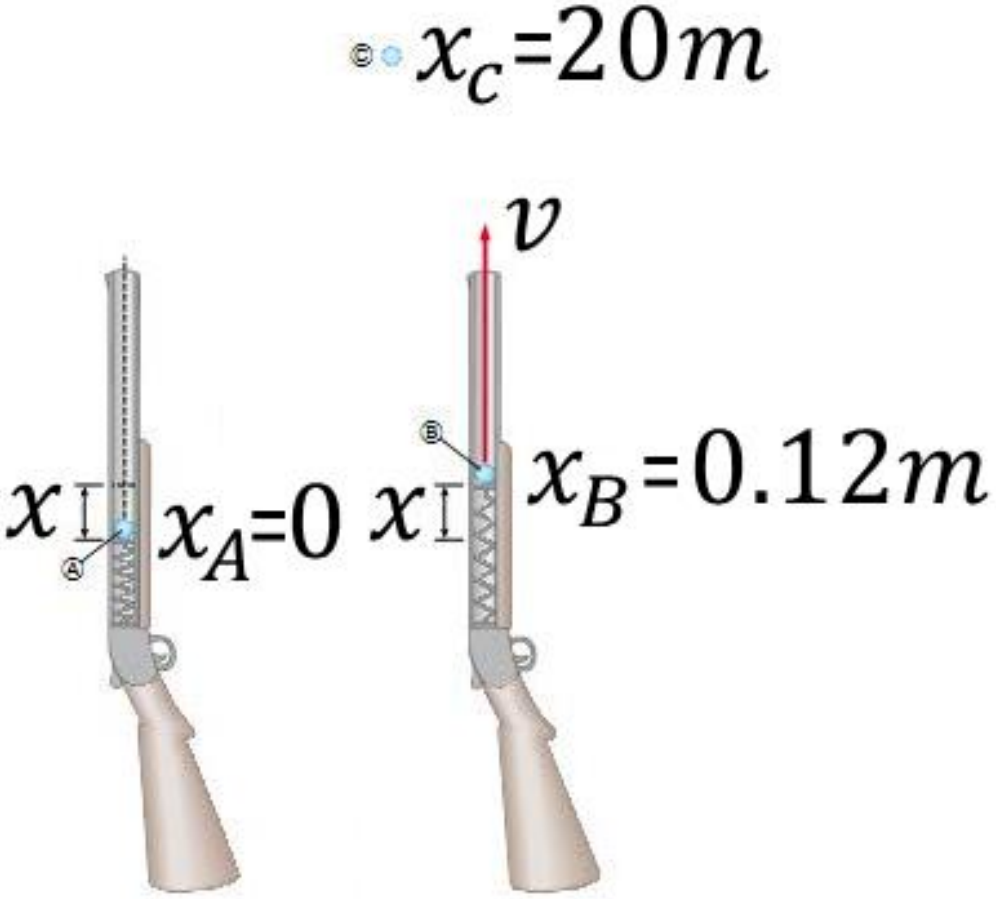


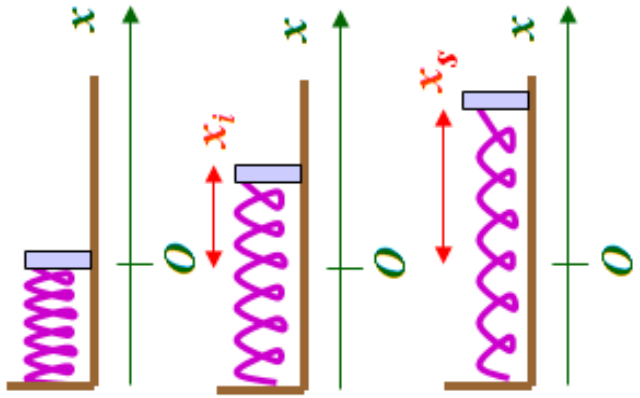
a) Tabancanın yay sabitini bulunuz (k).
b) Bilye tabancayı hangi hızla (v_B) terk eder?
c) Bilye atıldığı noktadan $10\ m$ yukarıdayken hızı ($v_{h'}$) nedir?

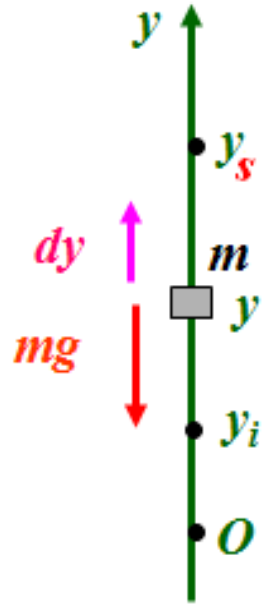
Çözüm

$(x_C = 20\,m\,;\; x_A = 0\,;\; x_B = 0.12\,m \quad m = 0.035\,kg\,;\; k = ?)$

a) $E_A = E_C \rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = mgh \rightarrow k = \frac{2mgh}{x^2} = \frac{2\times0.035\times9.8\times20}{0.12^2} = 953\ \frac{N}{m}$







$U(y) = mgy$

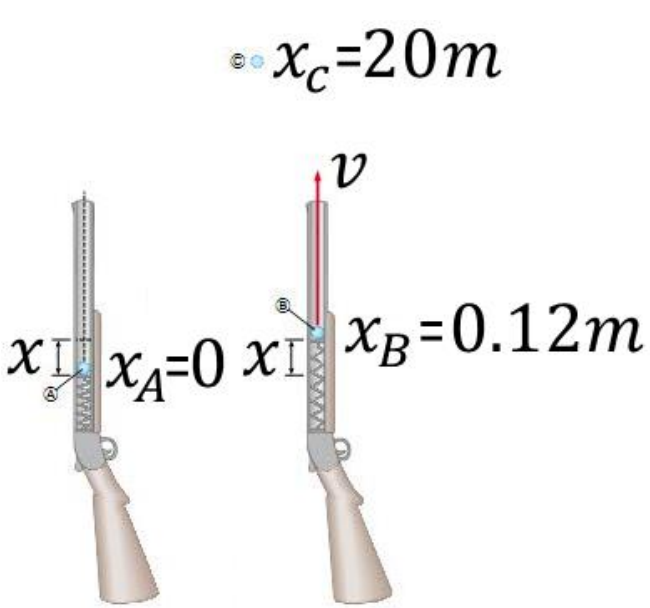
$U = \frac{1}{2}kx^2$

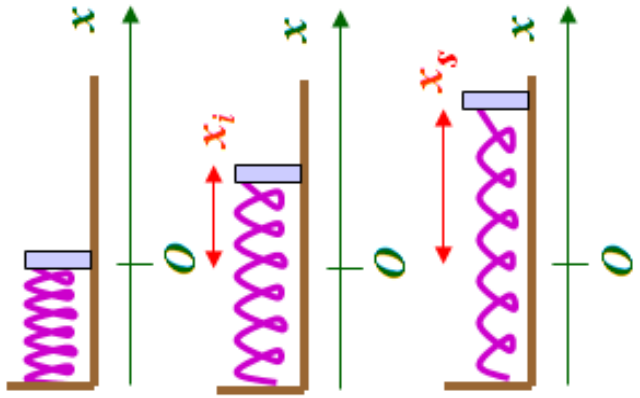
Çözüm

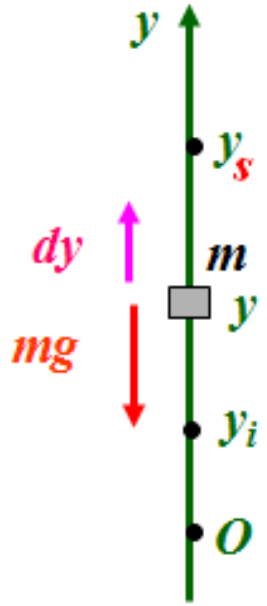
$\left(x_C = 20\,m\,;\; x_A = 0\,;\; x_B = 0.12\,m \quad m = 0.035\,kg\,; k = 953\,\frac{N}{m};\; v_B = ?\right)$

b) $E_A = E_B \rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = mgx + \frac{1}{2}mv_B^2 \rightarrow \frac{1}{2}kx^2 - mgx = \frac{1}{2}mv_B^2$

$$\rightarrow v_B = \sqrt{\frac{k}{m}x^2 - 2gx} = \sqrt{\frac{953}{0.035} \times 0.12^2 - 2 \times 9.8 \times 0.12} = 19.7\,\frac{m}{s}$$







$U(y) = mgy$

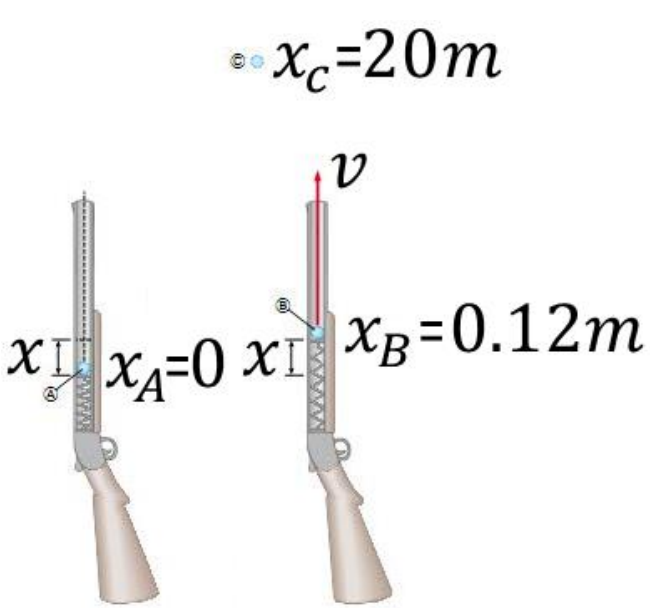
$U = \frac{1}{2}kx^2$

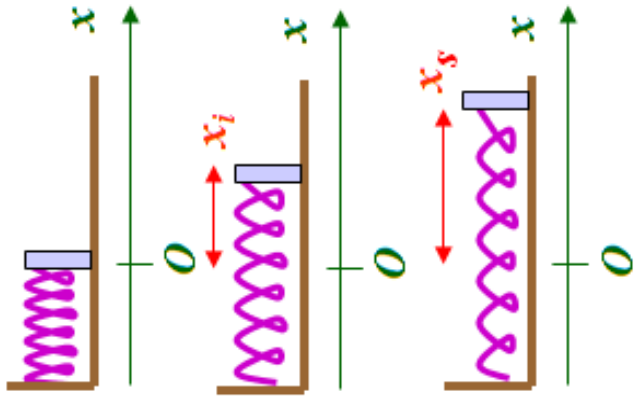
Çözüm

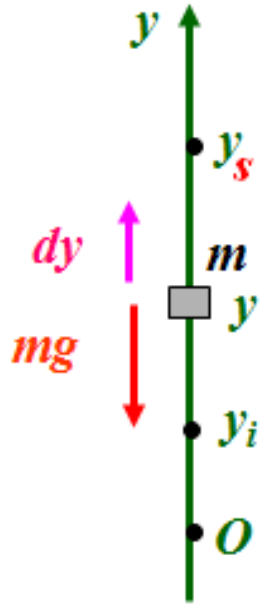
$\left(h' = 10\,m\,;\; x_A = 0\,;\; x_B = 0.12\,m \quad m = 0.035\,kg\,; k = 953\,\frac{N}{m};\; v_{h'} = ?\right)$

c) $E_A = E_B \rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = mgh'x + \frac{1}{2}mv_{h'}^2, \rightarrow \frac{1}{2}kx^2 - mgh' = \frac{1}{2}mv_{h'}^2$

$\rightarrow v_{h'} = \sqrt{\frac{k}{m}x^2 - 2gh'} = \sqrt{\frac{953}{0.035} \times 0.12^2 - 2 \times 9.8 \times 10} = 14\,\frac{m}{s}$



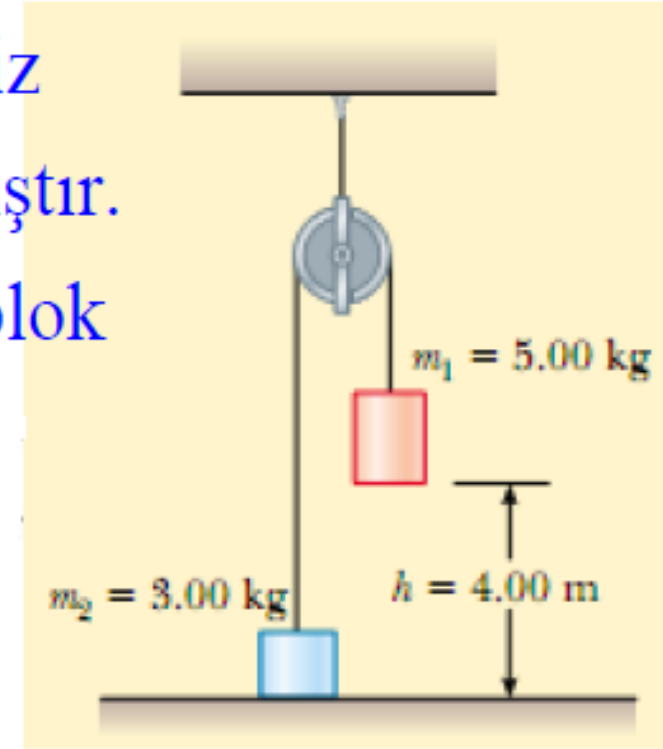




$U(y) = mgy$

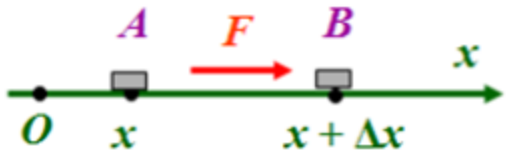
$U = \frac{1}{2}kx^2$

Örnek : İki blok hafif bir iple, ağırlıksız ve sürtünmesiz bir makara üzerinden şekildeki gibi birbirine bağlanmıştır. Sistem durgun halden serbest bırakılıyor. 5.00 kg' lık blok yere çarptığında, 3.00 kg' lık bloğun hızı ne olur?



$$E_i = E_s \rightarrow m_1 g h = m_2 g h + \frac{1}{2} m_2 v^2 + \frac{1}{2} m_1 v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2(m_1 - m_2) g h}{(m_1 + m_2)}} = \sqrt{\frac{2*(2)*(9.8)*4}{8}} = \sqrt{19.6} = 4.43 \text{ m/s}$$



Potansiyel Enerjiden Kuvvetin Bulunması :

Bilinmeyen bir F kuvvetinin etkisi altında x-ekseni boyunca hareket eden bir cismin potansiyel enerjisinin konuma bağlılığı $U(x)$ biliniyor olsun.

Cisim koordinatı x olan bir A noktasından koordinatı $x + \Delta x$ olan çok yakındaki bir B noktasına hareket etsin. Kuvvetin cisim üzerinde yaptığı iş

$W = F\Delta x$ (Eş-1)

ile verilir.

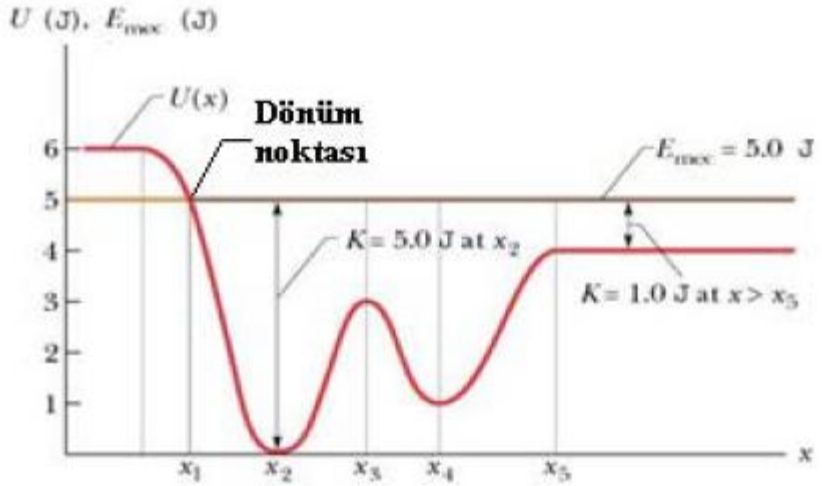
Kuvvetin yaptığı bu iş, sistemin potansiyel enerjisinde bir değişim meydana getirir.

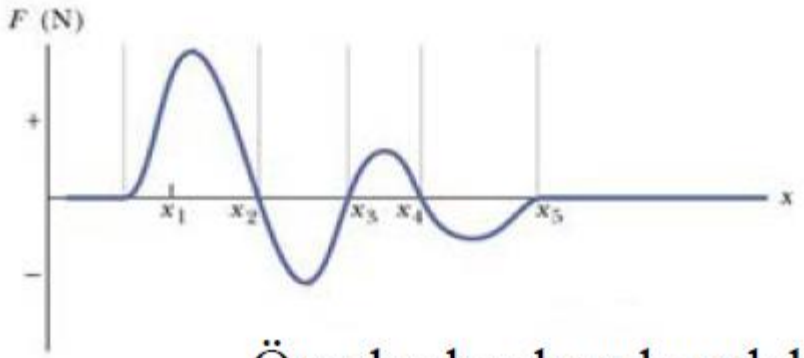
$\Delta U = -W$ (Eş-2)

Bu iki eşitlik birleştirilirse,

$F = -\dfrac{\Delta U}{\Delta x}$ bulunur. $\Delta x \to 0$ durumundaki limit değeri ise $F(x) = -\dfrac{dU(x)}{dx}$

olur.





Potansiyel Enerji Eğrisi:

Cismin potansiyel enerjisinin konuma bağlı değişimini çizersek. F kuvvetinin etkisi altındaki cismin hareketi konusunda detaylı bilgiler elde etmek mümkün olur.

Cisme etki eden kuvveti aşağıdaki bağıntı yardımıyla konumun fonksiyonu olarak bulabiliriz.

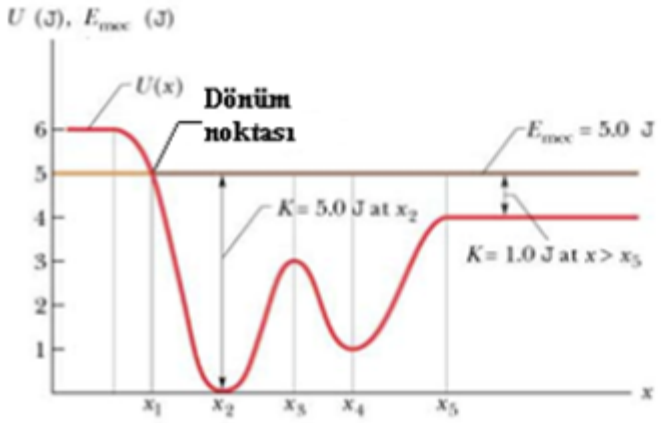
$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}$$

Örnek olarak yukarıdaki grafiği inceleyelim:

x_2 , x_3 ve x_4 noktalarında potansiyel eğrisinin türevi sıfırdır. Dolayısıyla bu noktalarda cisme etkiyen kuvvet de sıfır olur.

x_2 ve x_3 noktaları arasında dU/dx pozitif olduğundan, kuvvet $-x$ yönündedir.

x_3 ve x_4 noktaları arasında dU/dx negatif olduğundan, kuvvet $+x$ yönündedir.



Dönüm Noktaları :

Sistemin toplam mekanik enerjisi $E_{\text{mek.}} = K(x) + U(x)$. Toplam mekanik enerji sabittir (5 J) ve yatay bir çizgi ile gösterilmiştir. Herhangi bir x noktasında $U(x)$ belirlenip yukarıdaki denklemde yerine konur ve cismin K kinetik enerjisi bulunabilir.

Kinetik enerji, tanımı gereği negatif olamaz. Böylece cismin, x-ekseninin hangi bölgesinde hareketli olduğunu belirleyebiliriz.

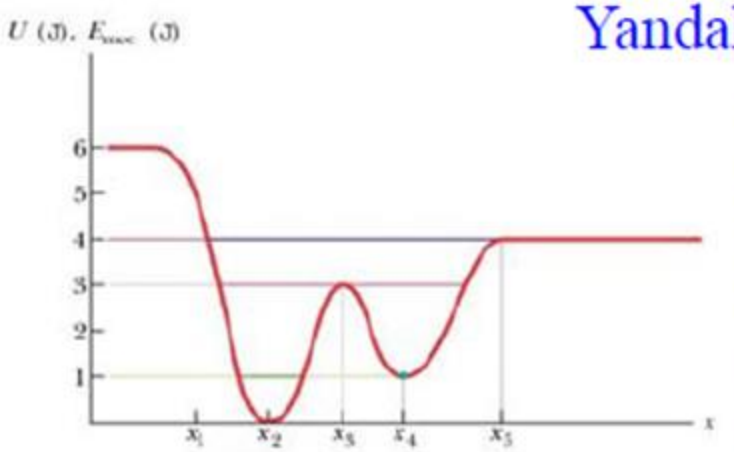
$$K(x) = E_{\text{mek.}} - U(x)$$

$K > 0 \rightarrow E_{\text{mek}} - U(x) > 0 \rightarrow U(x) < E_{\text{mek.}}$ Hareket izinlidir.

$K < 0 \rightarrow E_{\text{mek}} - U(x) < 0 \rightarrow U(x) > E_{\text{mek.}}$ Hareket yasaklıdır.

$E_{\text{mek.}} = U(x)$ olduğu noktalar, "dönüm noktaları" dır.

Yukarıdaki grafiğe göre, x_1 dönüm noktasıdır ve bu noktada $K = 0$'dır.



Yandaki grafikte $E_{mek.} = 4$ J durumunu gözönüne alalım.

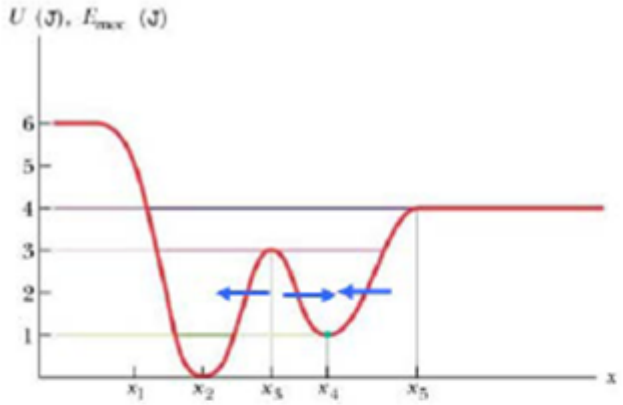
Buna göre dönüm noktaları ($E_{mek.} = U$) x_1 ve $x > x_5$ noktalarıdır. $x > x_1$ bölgesinde hareket izinlidir. Eğer mekanik enerjiyi 3 J veya 1 J' e düşürürsek, dönüm noktaları ve hareketin izinli olduğu bölge de değişecektir.

Denge Noktaları: Potansiyel enerji eğrisinde eğimin sıfır ($dU/dx = 0$) ve dolayısıyla da kuvvetin sıfır ($F = 0$) noktalar denge noktalarıdır. Kuvvetin sıfır olduğu bölgeler de ($x > x_5$) **doğal denge bölgeleridir**.

Mekanik enerjiyi $E_{mek.} = 4$ J seçersek, kinetik enerji $K = 0$ olur ve cisim $x > x_5$ bölgesinde hareketsiz olur.

Potansiyel enerji-konum eğrisinde **minimumlar**, kararlı denge konumları,

Potansiyel enerji-konum eğrisinde **maksimumlar**, kararsız denge konumlarıdır.



Not: Şekil üzerindeki mavi oklar,

$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}$$

bağıntısı uyarınca cisim üzerine etkiyen kuvvetlerin yönünü göstermektedir.

Kararlı Denge Konumları: Potansiyelin minimum olduğu x_4 noktasını gözönüne alalım. Mekanik enerji $E_{\text{mek.}} = 1$ J olsaydı, bu noktada cisim hareketsiz olacaktı ($K = 0$). Cismi x_4 noktasının çok az soluna veya sağına çekersek, cismi denge noktasına getirmek için bir kuvvet oluşur. Bu nokta kararlı denge noktasıdır.

Kararsız Denge Konumları: Potansiyelin maksimum olduğu x_3 noktasını gözönüne alalım. Mekanik enerji $E_{\text{mek.}} = 3$ J olsaydı, bu noktada cisim hareketsiz olacaktı ($K = 0$). Cismi x_3 noktasının çok az soluna veya sağına çekersek, her iki durumda da cismi bu noktadan daha fazla uzaklaştıracak şekilde bir kuvvet oluşur. Bu nokta kararsız denge noktasıdır.

Örnek : Bir moleküldeki iki nötr atom arasındaki etkileşme kuvveti ile ilgili potansiyel, Lennard-Jones potansiyel enerji fonksiyonu ile verilir:

$$U(x) = 4\varepsilon\left[\left(\frac{\sigma}{x}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{x}\right)^{6}\right]$$

x atomlar arasındaki mesafe, σ ve ε ise deneysel sabitlerdir.

İki tipik atom için, $\sigma = 0.265$ nm ve $\varepsilon = 1.51\times10^{-22}$ J' dür.

Atomlar arasındaki etkileşme kuvvetini ve kararlı denge durumunda iki molekül arasındaki minimum uzaklığı bulunuz.

$$F_x = -\frac{dU}{dx} = -4\varepsilon\frac{d}{dx}\left[\sigma^{12}x^{-12} - \sigma^{6}x^{-6}\right] = -4\varepsilon\left[-12\sigma^{12}x^{-13} + 6\sigma^{6}x^{-7}\right]$$

$$F_x = 4\varepsilon\left[\frac{12\sigma^{12}}{x^{13}} - \frac{6\sigma^{6}}{x^{7}}\right]$$

$$F_x = 4\varepsilon\left[\frac{12\sigma^{12}}{x^{13}} - \frac{6\sigma^{6}}{x^{7}}\right] = 0 \rightarrow x = 2^{1/6}\sigma = 0.3 \text{ nm}$$

Örnek : İki boyutlu uzayda bir kuvvetle bağlantılı potansiyel enerji fonksiyonu,

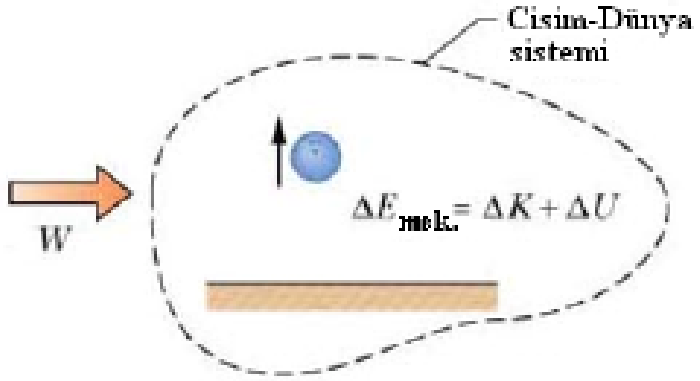
$$U(x,y) = 3x^3 y - 7x$$

ile veriliyor. Cisme etkiyen kuvveti bulunuz.

$$F_x = -\frac{dU}{dx} = -\frac{d}{dx}\left[3x^3 y - 7x\right] = -\left[9x^2 y - 7\right]$$

$$F_y = -\frac{dU}{dy} = -\frac{d}{dy}\left[3x^3 y - 7x\right] = -\left[3x^3\right]$$

$$\vec{F} = F_x \hat{\mathrm{i}} + F_y \hat{\mathrm{j}} = \left(7 - 9x^2 y\right)\hat{\mathrm{i}} - \left(3x^3\right)\hat{\mathrm{j}}$$



Dış Kuvvetin Bir Sistem üzerinde Yaptığı İş:

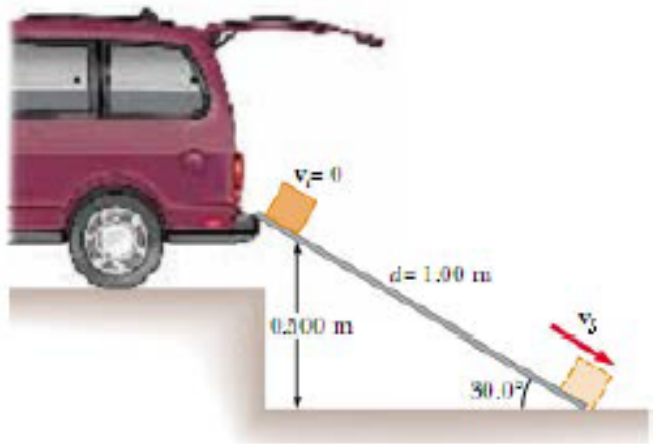
Şu ana kadar, dış kuvvetlerin olmadığı izole sistemleri ele aldık. Şimdi de, dış kuvvetlerin etkidiği bir sistemi ele alalım.

Bir oyuncu tarafından fırlatılan bovling topunu göz önüne alalım. Bovling topu ve dünya bir sistem oluşturur.

Oyuncu tarafından topa uygulanan kuvvet dış kuvvettir. Bu durumda sistemin mekanik enerjisi sabit değildir, dış kuvvetin yaptığı iş kadar değişir.

$$W = \Delta E_{\text{mek.}} = \Delta K + \Delta U$$

Örnek : Uzunluğu 1 m olan 30°' lik eğik düzlemin en üst noktasından, kütlesi 3 kg olan bir kutu durgun halden aşağıya doğru kaymaya başlıyor. Kutuya 5 N' luk sabit bir sürtünme kuvveti etkimektedir.



a–) Eğik düzlemin tabanında kutunun hızı ne olur?

b–) Kutunun ivmesi nedir?

$$a\text{–)}\ E_i = K_i + U_i = mgh = 3(9.8)(0.5) = 14.7\ \text{J}\ ;\ E_s = K_s + U_s = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Delta E = -f_k d = -5(1) = -5\ \text{J}$$

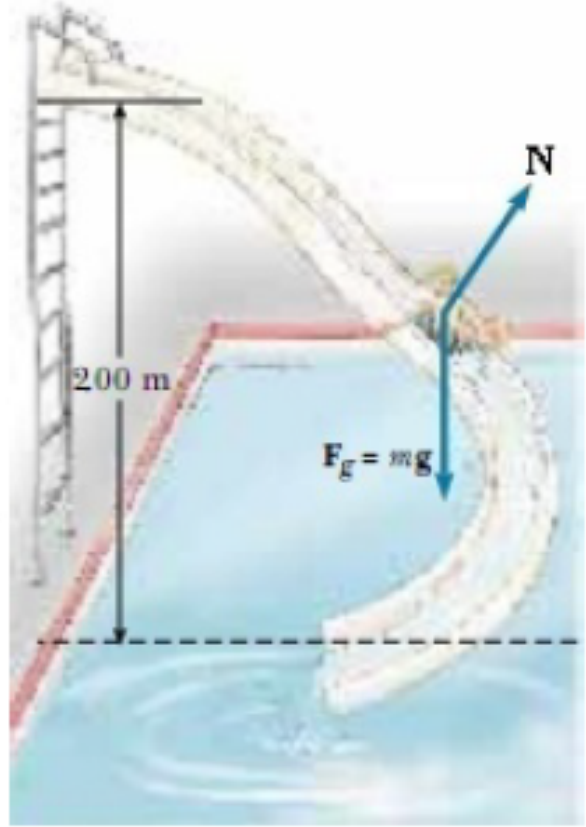
$$E_s - E_i = \frac{1}{2}mv^2 - 14.7 = -5 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2(9.7)}{3}} = 2.54\ \text{m/s}$$

$$b\text{–)}\ \sum F_x = mg\sin(30) - f_k = ma \rightarrow a = \frac{3(9.8)(0.5) - 5}{3} = 3.23\ \text{m/s}^2$$

Örnek : Kütlesi 20 kg olan bir çocuk, 2 m yüksekliğinde düzgün olmayan bir kaydırağın tepesinden ilk hızsız kaymaya başlıyor.

a–) Sürtünme olmadığını varsayarak, kaydırağın en alt noktasında çocuğun hızı nedir?

b–) Sürtünme olması durumunda, çocuğun en alt noktadaki hızı 3 m/s olduğuna göre sistemin mekanik enerjisindeki kayıp ne kadardır?



$$a\text{–)}\quad K_i + U_i = K_s + U_s \rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_s^2$$

$$v_s = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9.8)(2)} = 6.26\ \text{m/s}$$

$$b\text{–)}\quad \Delta E = E_s - E_i = \frac{1}{2}mv_s^2 - mgh = \frac{1}{2}(20)(3)^2 - 20(9.8)(2) = -302\ \text{J}$$

Örnek : Bir kayakçı 20 m yükseklikteki rampadan ilk hızsız kaymaya başlıyor. Rampanın alt ucundan sonra, düz olan bölgede kayakçı ile zemin arasında sürtünme katsayısı 0.21' dir.



a–) Kayakçı, rampanın alt ucundan duruncaya kadar ne kadar yol alır?

b–) Eğik düzlemin kendisi de aynı sürtünme kaysayısına sahip olsaydı,

(*a*) şıkkının cevabı ne olurdu?

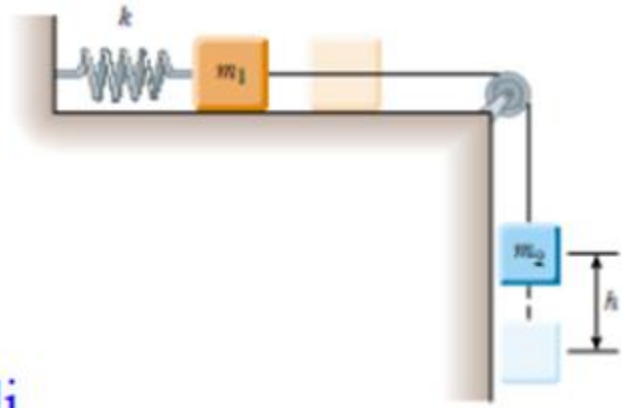
$$a-)\ K_i + U_i = K_s + U_s \rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 \rightarrow v_B = \sqrt{2gh} = 19.8\ \text{m/s}$$

$$\Delta E = E_C - E_B = 0 - \frac{1}{2}mv_B^2 = -\mu_k mgd \rightarrow d = \frac{v_B^2}{2\mu_k g} = 95.2\ \text{m}$$

$$b-)\ mgh - \mu_k mg\cos\theta L = \frac{1}{2}mv_B^2 \rightarrow v_B = \sqrt{2gh\left[1-\mu_k \cot(20)\right]} = 12.9\ \text{m/s}$$

$$d = \frac{v_B^2}{2\mu_k g} = 40.3\ \text{m}$$

Örnek : İki blok hafif bir iple, sürtünmesiz ve ağırlıksız bir makara üzerinden birbirine bağlıdır. Yatayda bulunan m_1 kütleli blok, yay sabiti k olan bir yaya bağlıdır. Yay uzamasız durumda iken sistem serbest bırakılıyor ve m_2 kütleli blok h kadar düşünce bir an için duruyor. m_1 kütleli blok ile zemin arasındaki sürtünme katsayısı nedir?

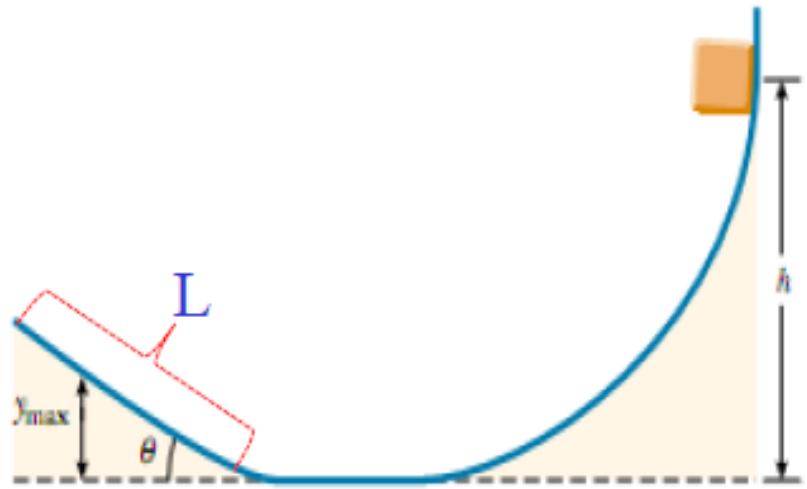


$$\Delta K = 0 \quad \text{ve} \quad \Delta E = \Delta U_g + \Delta U_{yay} = -\mu_k m_1 g h$$

$$\left.\begin{aligned} \Delta U_g &= U_s - U_i = 0 - m_2 g h \\ \Delta U_{yay} &= \frac{1}{2} k h^2 \end{aligned}\right\} \rightarrow -\mu_k m_1 g h = \frac{1}{2} k h^2 - m_2 g h$$

$$\mu_k = \left(\frac{m_2 g - \frac{1}{2} k h}{m_1 g} \right)$$

Örnek : Bir blok, h yüksekliğindeki sürtünmesiz bir rampadan ilk hızsız kaymaya başlıyor ve karşıda bulunan ve eğim açısı θ olan bir eğik düzlemi tırmanıyor. Blok ile eğik düzlemin arasındaki kinetik sürtünme katsayısı μ_k olduğuna göre, blok bu düzlemde ne kadar yükselir?

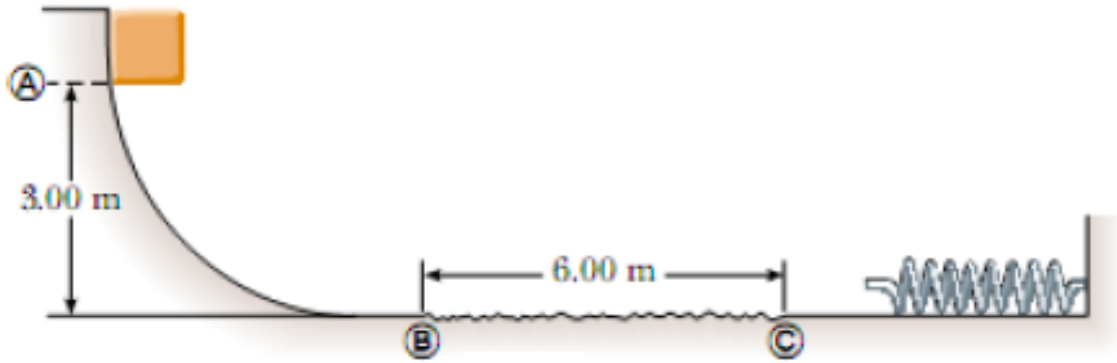


$$\Delta K = 0 \;\; ; \;\; \Delta E = \Delta U_g = -\mu_k mg\cos\theta(L) \qquad ; \qquad L = \frac{y_{\max}}{\sin\theta}$$

$$\Delta U_g = U_s - U = mgy_{\max} - mgh$$

$$-\mu_k mg\cos\theta\left(\frac{y_{\max}}{\sin\theta}\right) = mgy_{\max} - mgh \rightarrow y_{\max} = \frac{h}{(1+\mu_k\cot\theta)}$$

Örnek : Kütlesi 10 kg olan blok, ilk hızsız olarak A noktasından bırakılıyor. Uzunluğu 6 m olan sürtünmeli bir bölgeyi ($\overline{BC}$ arası) geçtikten sonra, yay sabiti $k = 2250$ N/m yaya çarparak 30 cm sıkıştırıyor. $\overline{BC}$ arası bölgenin sürtünme katsayısını bulunuz.

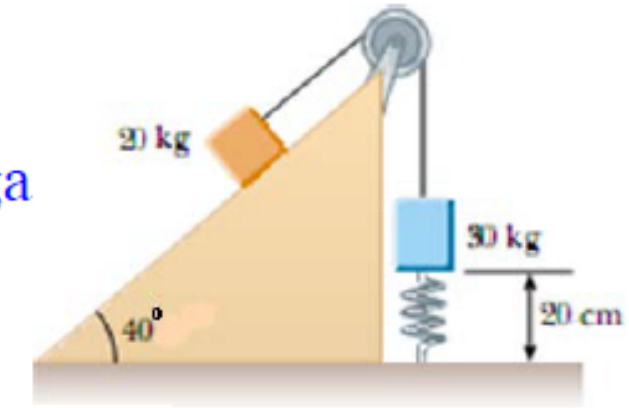


$$\Delta K = 0 \;\; ; \;\; \Delta E = \Delta U_g + \Delta U_{yay} = -\mu_k mgL$$

$$\Delta U_g = U_s - U_i = 0 - mgh \;\; ; \;\; \Delta U_{yay} = \frac{1}{2}kx_m^2 - 0$$

$$-\mu_k mgL = \frac{1}{2}kx_m^2 - mgh \rightarrow \mu_k = \frac{mgh - \frac{1}{2}kx_m^2}{mgL} = 0.328$$

Örnek : Eğik düzlem üzerindeki $m_1 = 20$ kg'lık blok, hafif bir iple, $m_2 = 30$ kg'lık başka bir bloğa bağlıdır. m_2 bloğu da, şekildeki gibi yay sabiti 250 N/m olan bir yaya bağlıdır. Bu haliyle yay uzamasızdır ve eğik düzlem sürtünmesizdir. m_1 bloğu eğik düzlemden aşağı doğru 20 cm çekilip (m_2 bloğu yerden 40 cm yüksekte) ilk hızsız bırakılıyor. Yay uzamasız hale geldiğinde blokların hızı ne olur?



$\Delta E = \Delta K + \Delta U_g + \Delta U_{yay} = 0$ (Tüm kuvvetler korunumlu olduğu için)

$$\Delta K = \left(\frac{1}{2}m_1 v^2 + \frac{1}{2}m_2 v^2\right) \quad ; \Delta U_g = (m_1 g L \sin\theta - m_2 g L) \quad ; \Delta U_{yay} = -\frac{1}{2}kL^2$$

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 + (m_1 \sin\theta - m_2)gL - \frac{1}{2}kL^2 = 0$$

L=20 cm
k=250 N/m
m_1=20 kg
m_2=30 kg

$$v = \sqrt{\frac{kL^2 + 2(m_2 - m_1 \sin\theta)gL}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{10 + 67.2}{50}} = 1.24 \text{ m/s}$$